Resolución ejercicio 7 iii del TP2

$$T(n) = \begin{cases} cte1, \; n==0 \\ cte2, \; n==1 \\ 2*T(n-2) + cte3 \; , \; n>1 \end{cases}$$

paso 1: 2*T(n-2) + cte3

paso2 : 2*$\left[\right.$ 2*T(n-2-2) + cte3 $\left.\right]$ + cte3

2^2*T(n-4) + 2*cte3+ cte3
2^2*T(n-4) + 3*cte3

paso 3: 2^2 * $\left[\right.$ 2*T(n-4-2) + cte3 $\left.\right]$ + 3*cte3

2^3 * T(n-6) + 4*cte + 3*cte3
2^3*T(n-6) + 7*cte3

paso k : $2^k * T(n-2*k) + 2^k - 1 * cte3$

aplico la igualdad al caso base para obtener el valor de k

$$n-2*k=0 \rightarrow k=\frac{n}{2}$$

ahora reemplazo k

$$2^{\left(\frac{n}{2}\right)} * T\left(n-2*\left(\frac{n}{2}\right)\right) + 2^{\left(\frac{n}{2}\right)} - 1 * cte3$$

T(n) = $2^{\left(\frac{n}{2}\right)} * T(0) + cte3 * 2^{\left(\frac{n}{2}\right)} - cte3$

T(n) = $2^{\left(\frac{n}{2}\right)} * cte1 + cte3 * 2^{\left(\frac{n}{2}\right)} - cte3$ conviene dejarla así para calcular el orden y acotar a 2^n

Definición de Big-Oh

T(n) <= c* f(n) mi f(n) en este caso va a ser 2^n

$$2^{\left(\frac{n}{2}\right)} * cte\,1 + cte\,3 * 2^{\left(\frac{n}{2}\right)} \leq c * 2^{n}$$

$$\frac{2^{\left(\frac{n}{2}\right)} * cte\,1 + cte\,3 * 2^{\left(\frac{n}{2}\right)}}{2^{n}} \leq c$$

$$2^{-\left(\frac{1}{2}\right)} * cte\,1 + cte\,3 * 2^{-\left(\frac{1}{2}\right)} \leq c$$

$$\frac{1}{2^{\left(\frac{1}{2}\right)}} * cte\,1 + \frac{1}{2^{\left(\frac{1}{2}\right)}} * cte\,3 \leq c$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} * cte\,1 + \frac{1}{\sqrt{2}} * cte\,3 \leq c$$

T(n) = O(2^{n}) para todo n , n0 > n con n0 = 1 y c= $\frac{1}{\sqrt{2}} * cte\,1 + \frac{1}{\sqrt{2}} * cte\,3$